Ministerio de Salud Pública
Area de Higiene Y Epidemiología
Unidad de Análisis y Tendencias en Salud

Las Series Temporales

Autora: Dra. Gisele Coutin Marie
Ciudad de la Habana, 2001

MINISTERIO DE SALUD PUBLICA
UNIDAD DE ANALISIS Y TENDENCIAS EN SALUD

LAS SERIES TEMPORALES[1].

Los eventos de salud relacionados con las poblaciones residentes en cualquier área geográfica transcurren en el tiempo, por ello, es de capital importancia estudiar su comportamiento a lo largo de éste. La evolución temporal de estos eventos se puede conocer a través del análisis de las llamadas series temporales, a las cuales dedicaremos este capítulo.

Una serie temporal, serie de tiempo o serie cronológica, pues de cualquiera de estas formas puede llamársele, se define como *el conjunto de mediciones sobre el estado de una variable* (el evento de salud considerado) *ordenados en el tiempo*[1].

Las series temporales pueden clasificarse según la forma en que se ofrecen los valores de las mediciones en dos tipos:

- Continuas: cuando los valores se ofrecen de forma permanente, de manera tal que cada uno de ellos representa el estado de la variable en un instante, el cual puede ser tan pequeño como teóricamente se quiera suponer.
- Discretas: cuando los valores se ofrecen para intervalos de tiempo, generalmente homogéneos y donde representan la magnitud acumulada del estado de la variable durante ese intervalo.

Estas últimas son las más utilizadas en Salud y en este contexto solamente analizaremos las de este tipo. Un ejemplo de una serie discreta puede ser la compuesta por las tasas anuales de mortalidad por enfermedades del corazón en Cuba en los últimos 20 años o las tasas de incidencia mensual de hepatitis de una provincia en un quinquenio.

Las series temporales tienen además otra característica, que hace muy difícil su tratamiento mediante los métodos estadísticos habituales, pues en la mayoría de éstos se exige el cumplimiento del supuesto de independencia de las observaciones, mientras que las series generalmente se caracterizan por la dependencia existente entre observaciones sucesivas. Dicho de otro modo, puede existir una correlación entre las tasas de incidencia de determinada enfermedad en períodos consecutivos de tiempo.

Existen muchas razones para estudiar una serie, por ello son de gran importancia en nuestro medio pues entre otras cosas sirven para:

- Describir las características más sobresalientes de cualquier evento en el tiempo.
- Predecir el comportamiento futuro de un evento de salud según su conducta pasada.
- Estudiar el mecanismo que genera la serie.
- Evaluar impacto de las intervenciones realizadas sobre determinado problema de salud.

[1] Autor: Dra. Gisele Coutin Marie.

- Contribuir a la prevención de problemas de salud.
- Controlar la calidad de los programas de salud.
- Planificar recursos.

Ahora bien, antes de comenzar a trabajar con cualquier serie es necesario evaluar algunos aspectos relacionados con la calidad de la misma, los cuales pueden determinar el que ésta no tenga suficiente valor como para ser analizada. Pudieran considerarse como los requisitos básicos que deben cumplirse antes de comenzar el tratamiento de la serie y son: *la consistencia, la comparabilidad, la estabilidad, la existencia de valores aberrantes y la periodicidad*.

Consistencia de la serie.

La característica fundamental para poder juzgar sobre la consistencia de una serie está dada por la invariabilidad en el método de observación o recolección de los datos, quiere esto decir que cualquier modificación que se efectúe en los mismos puede determinar inconsistencias. Las series confeccionadas con mediciones obtenidas por métodos rudimentarios pueden ser muy buenas siempre y cuando éstos se mantengan estables, pues lo que verdaderamente se necesita es que el método empleado sea capaz de medir las fluctuaciones del evento en el tiempo y no tanto la verdadera magnitud del fenómeno. Evidentemente, obtener una serie consistente en salud no resulta fácil pues existen muchas fuentes de variaciones como son:

1. Cambios en las definiciones y clasificaciones empleadas. Es necesario cerciorarse de que las clasificaciones y definiciones utilizadas a lo largo de la serie sean iguales, las modificaciones impuestas por la Clasificación Internacional de Enfermedades y Causas de Muerte deben ser tenidas en consideración así como la no utilización de definiciones imprecisas.
2. Modificaciones en las formas de recogida y procesamiento de los datos. Deben tomarse en cuenta las variaciones que pueden producirse cuando se implantan nuevos sistemas de información estadística o cuando se sustituyen los métodos manuales de procesamiento por los computacionales.
3. Modificaciones en los criterios de diagnóstico de las enfermedades. El incremento en la capacidad diagnóstica debido al perfeccionamiento de las técnicas y a la mayor cantidad de conocimientos, trae como consecuencia que cuando se analiza un período largo de tiempo puede existir modificaciones en los criterios utilizados y producirse por lo tanto variaciones en el número de casos que en ninguna medida representan la evolución real de la enfermedad.
4. Calidad de los registros. Nunca se insiste lo bastante en la calidad de los registros y sin embargo, estos constituyen la piedra angular sobre la cual descansa el estudio de las series; la calidad de los mismos depende del personal que registra el dato, de su preparación y disciplina así como de su estabilidad y experiencia en la actividad.
5. Modificaciones en la cobertura del sistema. Cuando se producen cambios en la cobertura del sistema, ya sea por incremento de las instituciones o de la fuerza laboral, debe esperarse un incremento en el número y frecuencia de los eventos de salud, debidos simplemente al aumento del pesquisaje; no tomar en cuenta lo anterior puede llevar a conclusiones fatales acerca del comportamiento de cualquier fenómeno.

6. Calidad del diagnóstico. Al igual que con la calidad de los registros debe ser una preocupación constante del que va a procesar una serie, el inquirir sobre la calidad con que se han efectuado los diagnósticos, pues independientemente del desarrollo tecnológico, existe un componente muy subjetivo en esto dado por la preparación y dedicación de quienes realizan esta tarea.
7. Modificación de las características demográficas de la población subyacente. Los cambios producidos en la población subyacente ya sean con relación a su volumen o a su composición, pueden influir en los eventos de salud considerados y hacer aumentar o disminuir los valores de los indicadores utilizados, por lo tanto deben ser tenidos en cuenta.
8. Características del mecanismo de notificación: Hemos incluido este aspecto, pues aunque no determina realmente la inconsistencia de la serie, si produce modificaciones en el comportamiento de la misma las cuales deben ser tomadas en cuenta. Si la serie está conformada mediante los valores obtenidos por un mecanismo de notificación, una de las cosas que pueden suceder es que los canales normales por donde fluye la información impongan un retraso en la llegada de los datos desde las unidades de base hasta los centros de recopilación finales. En este caso se encuentran las enfermedades que requieren para su notificación final de exámenes de laboratorio complejos los cuales solamente se realizan en instituciones de carácter nacional (por ejemplo el SIDA o las enfermedades inmuno prevenibles).

Este retraso en la información produce una serie con valores incompletos de la variable hacia el final de los períodos de tiempo considerados y esto se traduce gráficamente por la presencia de una meseta artificial en una curva epidémica. Para corregir este sesgo se han propuesto varios métodos que pueden ser consultados en la literatura [2,3,4]. Otro de los problemas relacionado con las notificaciones y que puede inducir a error en la interpretación de la serie, es el producido por el efecto del calendario de recogida de la información, pues este determina un incremento de casos en los intervalos de tiempo donde usualmente se cierran las informaciones. Generalmente se observan a finales de trimestres, semestres y años. Finalmente tenemos el problema que surge cuando las notificaciones se realizan según la fecha de diagnóstico y no según fecha de primeros síntomas. Es muy importante conocer esta característica, sobre todo para enfermedades que tienen un período de transmisibilidad corto y especialmente si se quiere predecir el momento de mayor riesgo para su adquisición.

Comparabilidad de los valores de la serie.

Un aspecto importante en el trabajo con series es el de asegurar la comparabilidad de los valores temporales de la variable, pues cuando ésta se refiere a un evento que ocurre en una población cuya magnitud fluctúa con el tiempo, es necesario obtener una medida de relación que permita independizar al valor de la medición de dicho cambio. Por este motivo no se recomienda trabajar con números absolutos a menos que se esté seguro de que la población se ha mantenido invariable a lo largo del período analizado.

Generalmente se utilizan tasas o índices. Sin embargo, al emplear estas medidas relativas debe garantizarse la calidad del cociente en ambos términos. La calidad del numerador

viene dada fundamentalmente por la utilización de la misma definición para los casos y por el cumplimiento de los aspectos mencionados al hablar de la consistencia. La calidad del denominador, depende de la coincidencia, para todos los intervalos de tiempo que se estudian, de las características de las poblaciones empleadas (la misma zona geográfica, mismo grupo de edad, mismo sexo, etc.).

Estabilidad de la serie.

Una serie inestable puede producirse cuando se trata con eventos poco frecuentes o con aquellos cuya magnitud es prácticamente despreciable con relación a la población en la cual ocurren. En este caso están incluidas las enfermedades raras o las que tienen una baja prevalencia. La utilización de medidas relativas cuando el valor de las mismas está muy cerca del cero trae como consecuencias dificultades para la obtención de los intervalos de confianza y que pueden originar intervalos absurdos. Cuando el número de casos de una enfermedad es muy pequeño en un intervalo de tiempo, esto se puede corregir agrupando los casos y ofreciéndolos en intervalos de tiempo mayores, por ejemplo usando meses en vez de semanas.

Existencia de valores aberrantes.

Los valores que se apartan mucho del conjunto de valores de su entorno o de los pertenecientes a iguales períodos de tiempo deben ser considerados como aberrantes o anómalos, pueden presentarse al observar el gráfico de la serie como saltos aislados hacia arriba o hacia abajo, bien diferenciados de sus vecinos. La aparición de estos valores puede tener varias explicaciones y es muy importante decidirse por una de ellas.

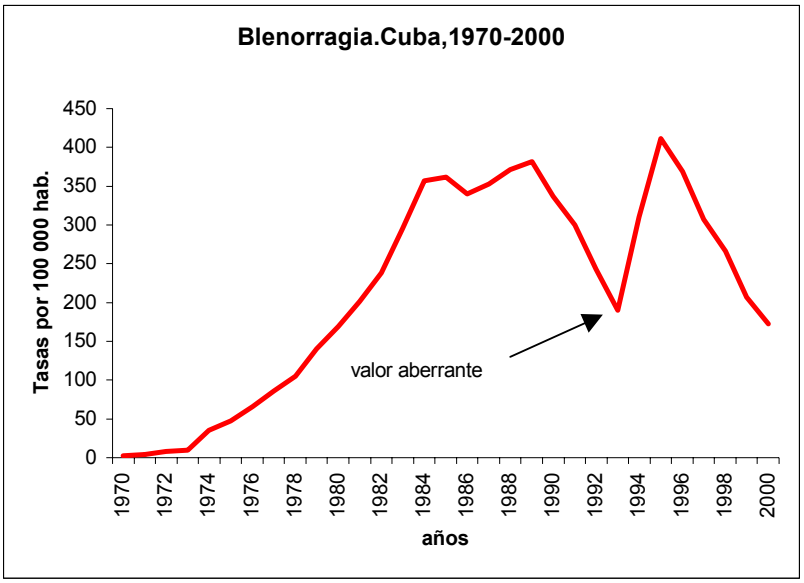


Gráfico 1

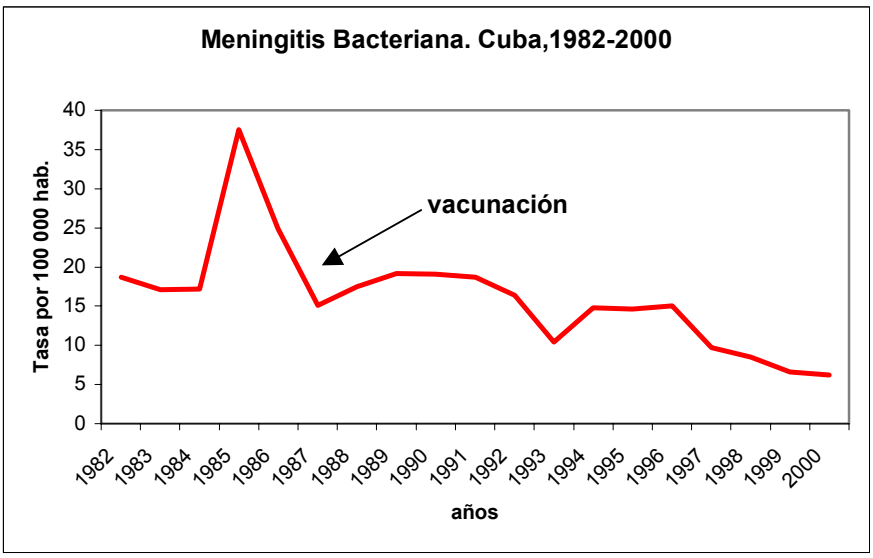
Pueden deberse a errores tales como: introducción incorrecta de los datos en la computadora, mala transcripción del dato original así como datos originales deficientes debido a errores en su obtención en la unidad de procedencia). Las dificultades de este tipo deben ser corregidas de inmediato. En el Gráfico 1 se muestra un ejemplo de valor aberrante presentado por la serie de incidencia anual de blenorragia de Cuba en el año 1993.

Cuando el valor aberrante no es producido por un error entonces debe ser sustituido. La sustitución de estos valores se realiza declarándolos como datos perdidos, pues casi todos los programas computacionales tienen opciones para tratar con este tipo de dato (*missing data* o *missing value*). Entre las más utilizadas están las siguientes:

1. *Sustitución por la semisuma de los valores vecinos*. Esta es la forma más sencilla y habitual de sustituir un valor aberrante sobretodo cuando se trata de casos aislados.
2. *Sustitución por la media aritmética general de la serie*. Este método puede ser la mejor manera de estimar un dato siempre y cuando la serie no tenga grandes fluctuaciones.
3. *Sustitución por el valor resultante de la interpolación de valores adyacentes*. Este método asume en cierta forma que existe una correlación entre los valores consecutivos de la serie y que cada observación está relacionada con las observaciones previas, pues consiste en ajustar los valores adyacentes al perdido mediante una línea y después sustituirlo por el valor de la expresión matemática correspondiente a ese momento de tiempo.
4. *Sustitución por el valor esperado según la tendencia.* En esta forma se obtiene primero la tendencia de la serie con el resto de los valores (puede opcionalmente realizarse algún suavizamiento previo). El dato perdido se estima entonces a partir de ésta.

Aún cuando existen numerosas posibilidades para la sustitución de los datos gracias a los paquetes computacionales, a veces la mejor forma de reemplazar un dato aberrante es utilizando el valor sugerido por un experto, aún cuando puede decidirse también no utilizarlo en absoluto.

Gráfico 2



Ahora bien, existen situaciones a las cuales están asociados los datos aberrantes y que no deben pasarse por alto, por ejemplo, un conjunto de valores anormales puede significar que se está produciendo un cambio en los niveles de la serie debido a modificaciones en la

magnitud real del evento o a errores sostenidos en el mecanismo de observación o medición, en ambos casos ese requiere de una investigación complementaria antes de continuar el análisis. En el gráfico 2 se observa la modificación del nivel de la serie producida en la serie de Meningitis Bacteriana a partir del inicio de la vacunación contra las meningitis meningocóccica tipo B.

Periodicidad de la serie.

La periodicidad de la serie no es más que el intervalo regular de tiempo al final del cual obtenemos una medición resultante del estado de la variable. La decisión de cual es la que mejor conviene a nuestro estudio, está en dependencia de los objetivos que se persigan, pues si se desea conocer el comportamiento histórico de un fenómeno, entonces lo más razonable es utilizar series con una periodicidad anual, en cambio si se quiere hacer la vigilancia de determinada enfermedad transmisible resulta más apropiado el empleo de series semanales.

El gráfico de la serie

Hemos dejado este asunto para el final, pero no porque sea el menos importante, pues el estudio de cualquier evento en el tiempo tiene que comenzar necesariamente por la exploración de su representación gráfica. La observación de ésta permite apreciar los detalles más relevantes de la serie así como detectar los valores anormales.

El gráfico por excelencia para una serie de tiempo es el llamado Gráfico Aritmético Simple (GAS), donde en el eje de las abscisas se inscriben los momentos de tiempo considerados y en el eje de las ordenadas los valores de la variable obtenidos para cada uno de los intervalos. Generalmente se utilizan las escalas aritméticas para ambos ejes aunque pueden emplearse escalas semilogarítmicas.

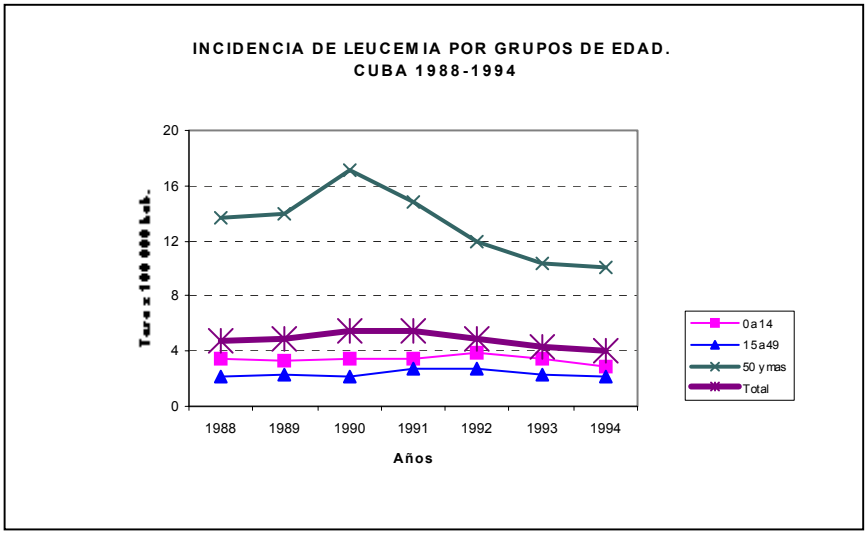
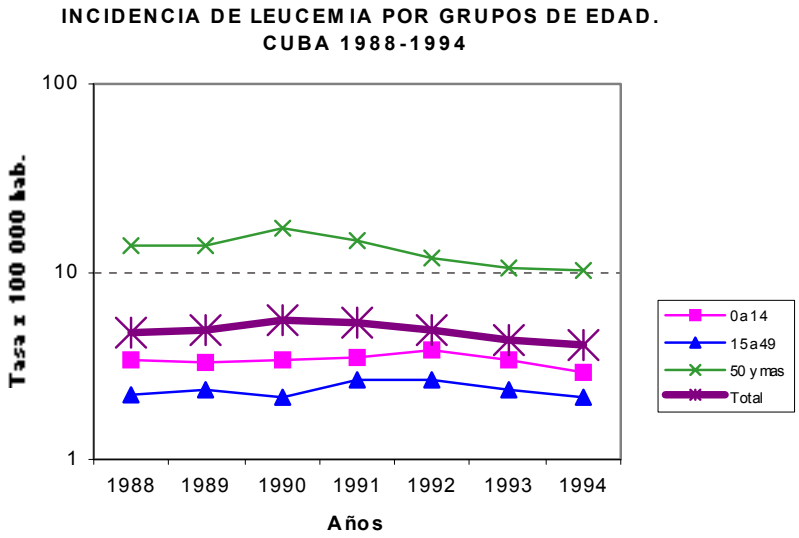


Gráfico 3. Escala Aritmética

Fuente: Registro Nacional del Cáncer.

Los gráficos con escalas semilogarítmicas son muy útiles para representar la variación relativa del fenómeno estudiado, lo cual suele ser de mayor interés para el epidemiólogo que la propia variación absoluta. Generalmente se utilizan para representar series de datos que tienen magnitudes diferentes. Si con esta escala el evento representado aparece como una línea recta esto permite suponer que existe una evolución constante (crecimiento o decrecimiento) del indicador empleado y la pendiente de esa recta pone de manifiesto la magnitud de esa evolución.

Gráfico 4 *Escala Semilogarítmica*



Fuente: Registro Nacional de Cáncer

Cuando se analizan dos series de datos y ambas aparecen como rectas paralelas puede concluirse que los eventos representados tienen una variación similar. La escala semilogarítmica posee además la cualidad de hacer evidente las verdaderas variaciones, aunque éstas sean ligeras.

Los componentes de la serie.

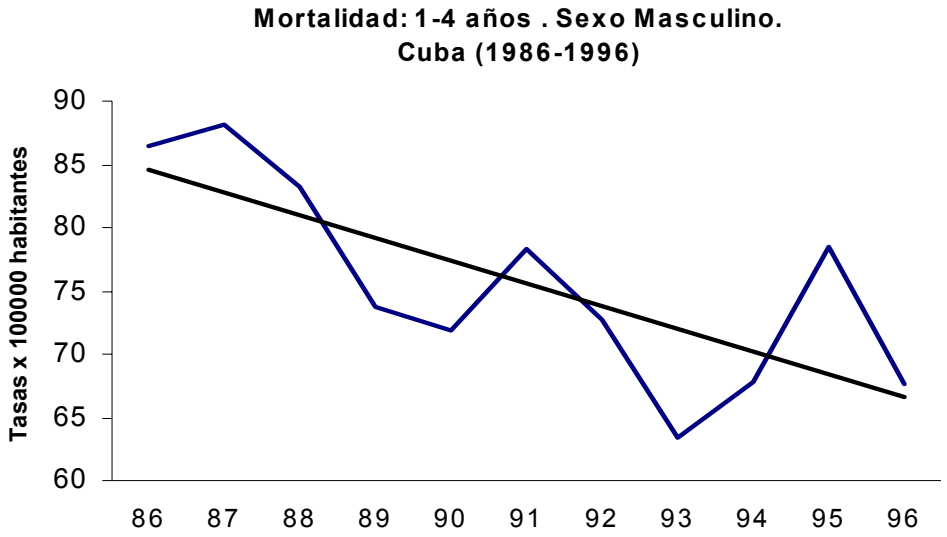
Una vez que se ha concluido que la serie en estudio tiene las cualidades necesarias para poder ser analizada como tal corresponde proceder al mismo. El enfoque clásico del estudio de series parte de considerar la existencia de un proceso que gobierna el comportamiento de la variable en cuestión, el cual determina los valores observados en cada momento de tiempo. La idea que subyace bajo este enfoque determinista es una extrapolación de los modelos matemáticos que describen los fenómenos físicos y los cuales permiten calcular el valor de cualquier cantidad dependiente del tiempo con exactitud.

Desgraciadamente, casi ningún fenómeno de la vida en general y mucho menos de Salud puede ser abordado de esta forma, pues factores desconocidos pueden producir variaciones insospechadas, aún para los propios fenómenos físicos. La magnitud y tipo de los cambios sociales, biológicos, físicos o químicos que ocurren son tan infinitos como el propio tiempo. No obstante, se acostumbra a buscar una expresión analítica que sea función de éste para explicar el comportamiento de la variable, en otras palabras el modelo que gobierna la serie es una función del tiempo.

Esta función está compuesta, según el enfoque clásico, por cuatro elementos o componentes de la serie y se considera que todo cambio que se opera en ella es resultado de la influencia de todos o de alguno de estos componentes, que son: *tendencia, estacionalidad, ciclo y aleatoriedad;* los cuales describiremos a continuación:

- **Tendencia** (T). También conocida como la tendencia secular, no es más que el movimiento suave, regular y casi siempre lento, el cual tiende a mantenerse por períodos largos de tiempo, por lo que generalmente se estudia en varias décadas. La tendencia de una serie es la orientación general que parecen seguir sus valores o el cambio de su valor medio o nivel en el tiempo. Los cambios seculares o históricos son de gran importancia para los epidemiólogos pues permiten apreciar cual ha sido el comportamiento del evento en períodos anteriores, sin embargo, numerosos acontecimientos pueden influenciar las tendencias de las enfermedades a lo largo del tiempo (costumbres higiénicas de la población, nuevos métodos terapéuticos, medidas preventivas como las vacunas), los cuales no deben olvidarse al observar la tendencia para permitir la correcta valoración de la misma. En Gráfico 5 se aprecia la tendencia decreciente de la mortalidad en el sexo masculino para el grupo de 1-4 años en nuestro país.

Gráfico 5.



Fuente: Dirección Nacional de Estadísticas.

- **Estacionalidad** (E). Se le conoce también como variación estacional y se trata de las fluctuaciones periódicas y rítmicas de la variable en lapsos de tiempo más cortos, generalmente asociadas con las estaciones aunque por extensión se aplican a cualquier intervalo de tiempo dentro del año. Las variaciones estacionales de los eventos de salud resultan de gran interés para los epidemiólogos pues las causas que las motivan son numerosas y van desde las modificaciones estacionales de la flora y la fauna hasta la circunstancias, que debidas enteramente a la mano del hombre, juegan un papel en la producción de las enfermedades, como son los incrementos que se producen en los accidentes automovilísticos y la muerte por ahogamientos durante los períodos vacacionales. En el Gráfico 6 podemos observar como se repiten los momentos de alza en las atenciones médicas por EDA aproximadamente durante los meses de verano en cada año.

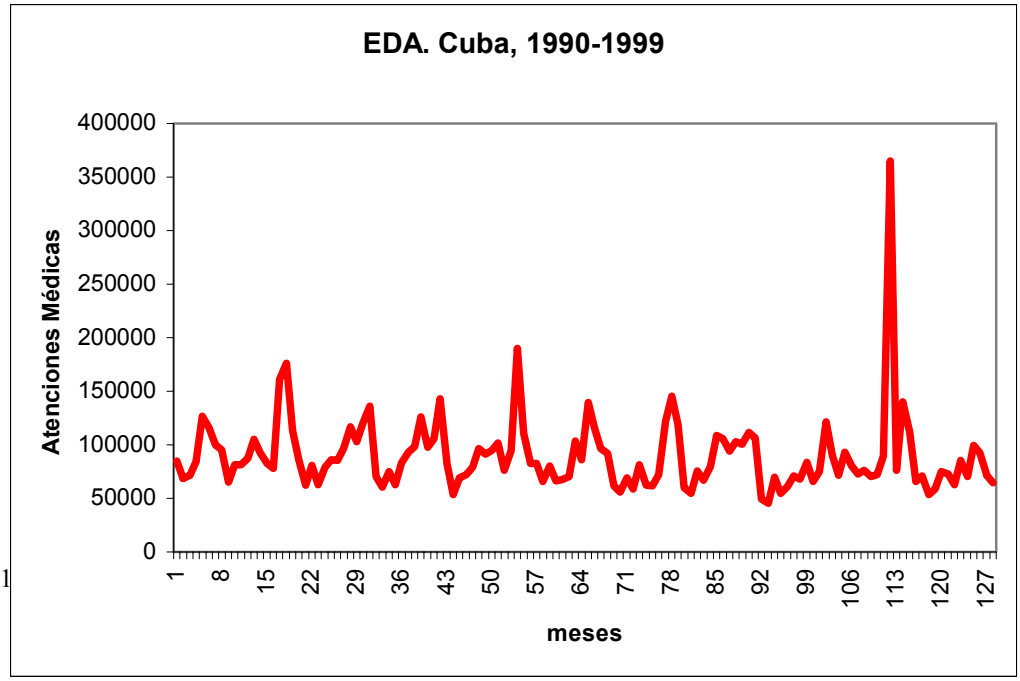
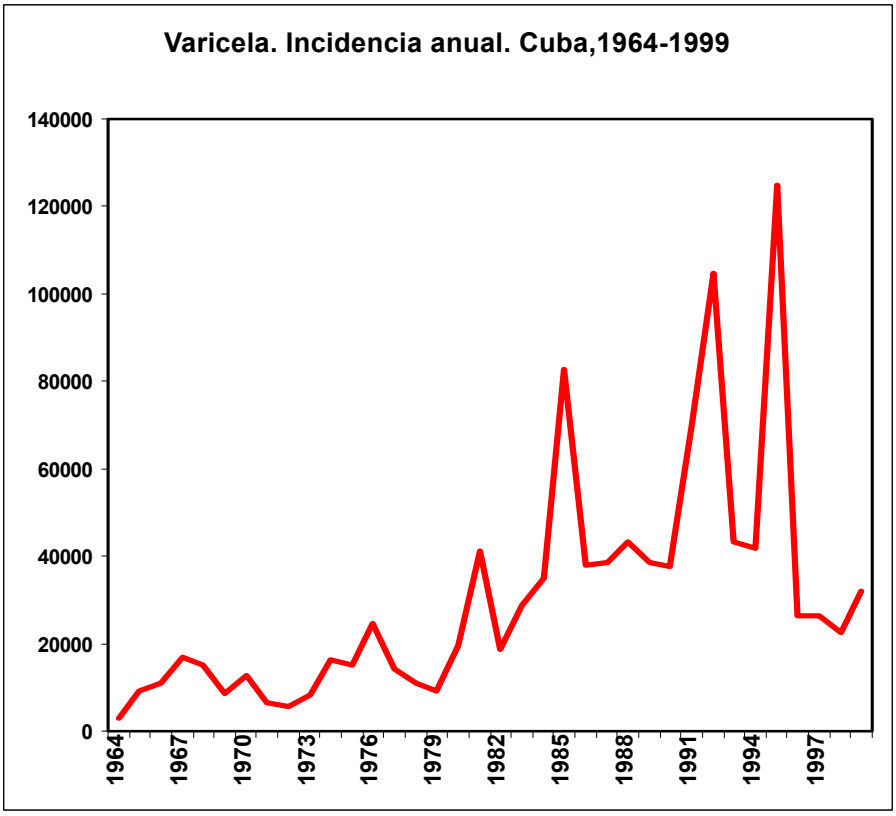


Gráfico 6.

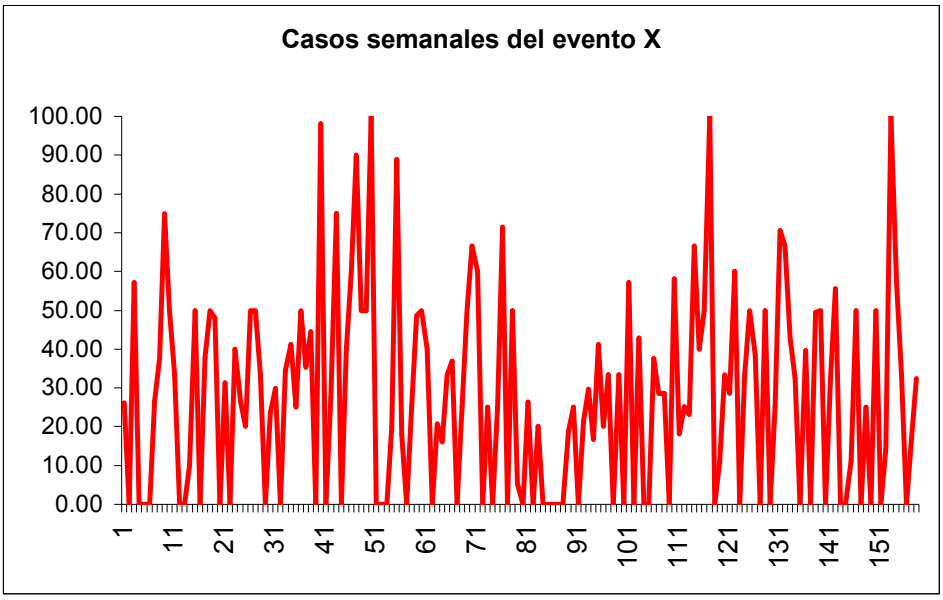
- **Ciclo** (C). La variación cíclica también es periódica, aunque los intervalos de tiempo involucrados son mucho más largos, este componente solamente puede apreciarse, de existir, en series muy extensas. Numerosas son las enfermedades transmisibles para las cuales ha sido descrita la variación cíclica, por ejemplo el alza quinquenal de la varicela o de la hepatitis. Un ejemplo de esto puede verse en Gráfico 7 donde aparecen las tasas de incidencia de varicela en Cuba en los últimos 32 años.

Gráfico 7



- **Aleatoriedad** (A). Se trata del movimiento irregular de la serie determinado por el azar, impredecible, accidental. El enfoque clásico atribuye la presencia de este elemento en el comportamiento de la variable a errores de observación, medición o transmisión de los datos y por lo tanto imposible de modelar en ese contexto. Tradicionalmente se obtiene por exclusión de los otros y se le llama *"residuo aleatorio"*. En el gráfico 8 se aprecia un ejemplo de una serie donde solamente se manifiesta el componente aleatorio. Observe que en esta serie no es posible discernir ningún patrón como los que cabría esperar en presencia de tendencia, ciclo o estacionalidad.

Gráfico 8



No obstante, el enfoque estocástico, el cual se ha venido aplicando desde hace varias décadas, supone a la serie como la realización de un fenómeno aleatorio, donde cada observación particular no es más que una de las muchas posibles. Es decir, que ella constituye una muestra de todo el universo de las observaciones que pudieran obtenerse si se repitieran las mismas mediciones simultáneas e independientes para cada intervalo de tiempo considerado. Por ejemplo la tasa de incidencia anual obtenida para cualquier enfermedad constituye una muestra de todas las que hubieran podido producirse ese año. Este tipo de enfoque permite la modelación de todos los componentes de la serie como veremos más adelante.

Métodos para el tratamiento de series.

Existen numerosos métodos para trabajar con las series temporales y la utilización de uno u otro está en dependencia de los objetivos propuestos y de las características de las mismas. No se recomienda hacer más complejo de lo necesario este proceso pues si lo que se pretende demostrar puede lograrse mediante un método simple, éste resultará mejor que uno más complejo, sobre todo, si no se poseen los recursos tecnológicos que generalmente son necesarios para el empleo de métodos más complicados.

A continuación explicaremos algunas de las formas más simples para estudiar la tendencia y la estacionalidad, la clasificación utilizada para ello ha sido tomada del excelente trabajo del doctor Arnaldo Tejeiro "La Serie Cronológica"[5].

Métodos para estudiar la tendencia.

Métodos Matemáticos.

1. Diferencias Absolutas.
2. Cambio Relativo.
3. Diferencias Absolutas o Cambios Relativos de valores extremos de la serie.
4. Números Indices.
5. Promedio de Cambio.

Métodos Gráficos.

1. Línea a mano alzada.
2. Método el Ciclo Medio.
3. Semipromedios.
4. Promedios Móviles.
5. Medianas Móviles.

Métodos para estudiar la estacionalidad.

Curvas de expectativa.

1. Curva con la Mediana.
2. Curva con el Promedio.
3. Curvas con Medianas o Promedios Móviles.
4. Mediana y Valor Ultimo.
5. Promedio Tricentral.

Límites de variación habitual o Canales Endémicos.

1. Canal del Máximo -Maximorum y Mínimo - Minimorum.
2. Canal con las cifras inframáximas y supramínimas.
3. Canal del Promedio de la serie más - menos dos Desviaciones Estándar.
4. Canal con la Mediana y Primer y Tercer Cuartiles.

Método de la diferencia absoluta:
En este método lo que se pretende es demostrar la existencia de tendencia a través del incremento o disminución de la diferencia absoluta entre los valores extremos de la serie. Para que sea útil es necesario que la serie progrese de manera bastante estable, ya que en series que presenten grandes variaciones este valor carece de interés. Supongamos por ejemplo, que tenemos la serie de mortalidad por enfermedades del corazón de Cuba desde 1970 hasta 1999. La tasa bruta de mortalidad del año 1970 fue de 148.3 defunciones por 100 000 habitantes y la de 1999 de 192.6, la diferencia entre ambas es de 44.3, de manera que podemos plantear que se ha producido un incremento entre los años extremos del período y ello habla a favor de la existencia de una tendencia al ascenso en este evento.

Método del cambio relativo:
La utilización de medidas relativas es muy atractiva por la facilidad de la comprensión de las mismas. Este método consiste por lo tanto, en la presentación del cambio relativo ocurrido entre los valores extremos de la serie. Continuando con el ejemplo anterior de la mortalidad por enfermedades del corazón, tendríamos que después de obtener la diferencia

entre las tasas de 1990 y 1970, esta diferencia se divide a su vez por el valor de la tasa del año 1999 y se multiplica por 100, obteniéndose entonces que en la serie se ha producido un incremento del 23 %.

Los métodos de la diferencia absoluta o del cambio relativo entre grupos de años extremos de la serie son similares a los dos anteriormente descritos, pero en ellos se utiliza en vez de los dos valores extremos, un grupo de valores cuyo tamaño está en dependencia de los deseos del investigador y del número de años disponibles. Es necesario sin embargo, estar atentos a las características de la serie, pues si se trata de una serie con grandes fluctuaciones no se podrán obtener resultados coherentes con ninguno de los métodos que emplean los valores extremos; además como en todos los análisis de series temporales se debe recordar siempre que los factores que han dado origen a la misma son múltiples y que cualquier variación de estos puede modificar la misma. No obstante, si la serie es muy variable se recomienda emplear el método que se describe a continuación.

Método del número índice.
El número índice ha sido empleado con frecuencia como un indicador bastante aproximado para estudiar la tendencia de eventos cuyo comportamiento es muy fluctuante. Para confeccionarlo se escoge el valor de algún año y éste se considera entonces como el cien por ciento obteniéndose a continuación el porcentaje de éste que representa cada año de la serie. Este método tiene la ventaja de que permite apreciar la evolución del evento a lo largo del tiempo. Sin embargo tiene una gran desventaja y ella está dada por la decisión de cual es el año que debe ser considerado como el índice. Supongamos que se escoge un año que tiene un valor muy alto los demás años estarán por debajo del mismo o viceversa, no obstante esto no resulta tan problemático si se hace la interpretación adecuada. A continuación mostramos cómo se comportaron los números índices de la serie de mortalidad por enfermedades del corazón de Cuba entre los años 1970-1999 tomando como año índice a 1970.

AÑO	TASA	NÚMERO INDICE	%
1970	148.3	1.00	100.00
1971	141.3	0.95	95.28
1972	135.9	0.96	96.18
1973	147.2	1.08	108.31
1974	156.3	1.06	106.18
1975	148.9	0.95	95.27
1976	158.9	1.07	106.72
1977	162.8	1.02	102.45
1978	168.9	1.04	103.75
1979	164.7	0.98	97.51
1980	166.7	1.01	101.21
1981	176.1	1.06	105.64
1982	162.8	0.92	92.45
1983	171.8	1.06	105.53

1984	176.4	1.03	102.68
1985	189.9	1.08	107.65
1986	184.5	0.97	97.16
1987	185.5	1.01	100.54
1988	191.8	1.03	103.40
1989	190.2	0.99	99.17
1990	201.3	1.06	105.84
1991	192.5	0.96	95.63
1992	195	1.01	101.30
1993	199.2	1.02	102.15
1994	201.9	1.01	101.36
1995	201.3	1.00	99.70
1996	206.3	1.02	102.48
1997	197.1	0.96	95.54
1998	193	0.98	97.92
1999	192.6	1.00	99.79

Para estudiar la tendencia se emplean también varios métodos gráficos. No se explicará mucho sobre ellos pero es bueno recordar que obtener la tendencia de la serie por el simple trazo de una línea a mano alzada aunque parezca muy primitivo es bastante útil para datos que no presenten grandes variaciones.

Método gráfico de los semipromedios.

Este método tiene amplia difusión y utilización. Consiste en obtener los promedios de las dos mitades de la serie, la posterior representación gráfica de los mismos y su unión mediante una línea recta. En el empleo de la línea recta para resumir la posición de los dos semipromedios está el atractivo de este método para los gerentes, pues les permite visualizar bien la tendencia. No obstante, se debe ser cauteloso en la interpretación de este método pues los promedios se ven afectados por los valores muy altos o muy bajos de la serie, lo cual puede ser apreciado al comprobar como la eliminación de un año muy alto o muy bajo cambia por completo la pendiente de la serie. En el Gráfico 9 se muestra la recta obtenida para la tendencia mediante los semipromedios en la serie de mortalidad por enfermedades del corazón de Cuba entre 1970 y 1999.

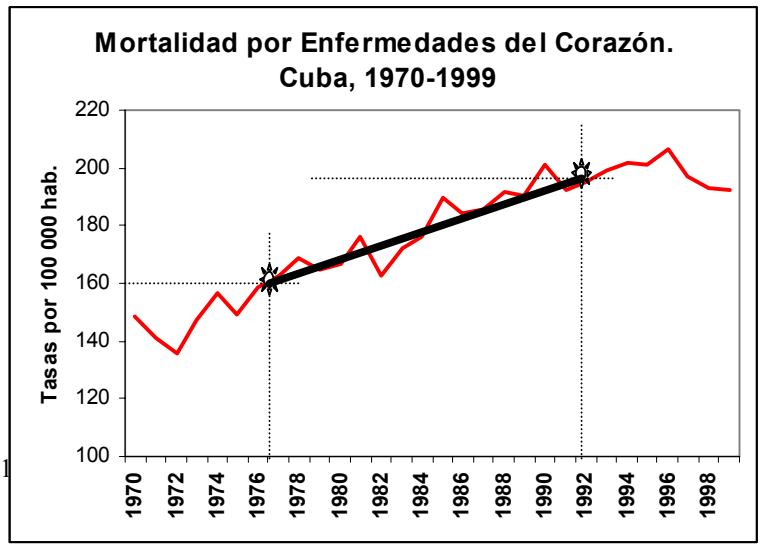


Grafico 9

Como la serie tiene una extensión de 30 años, se calculó un promedio para cada mitad, es decir que se

obtuvo la media para los años 1970-1984 (159.13) y para el período 1985-1999 (194.80). Cada promedio se inscribió en el punto medio correspondiente en el eje de las abscisas.: el año 1977 para la primera mitad de la serie y el año 1992 para la segunda. Si se hubiera representado una serie con un número de años impar, por ejemplo con 29 años, entonces se hubiera dividido en dos mitades de 14 años y el año central es decir el número 15 de la serie, se hubiera incluido en el cálculo de los dos semipromedios.

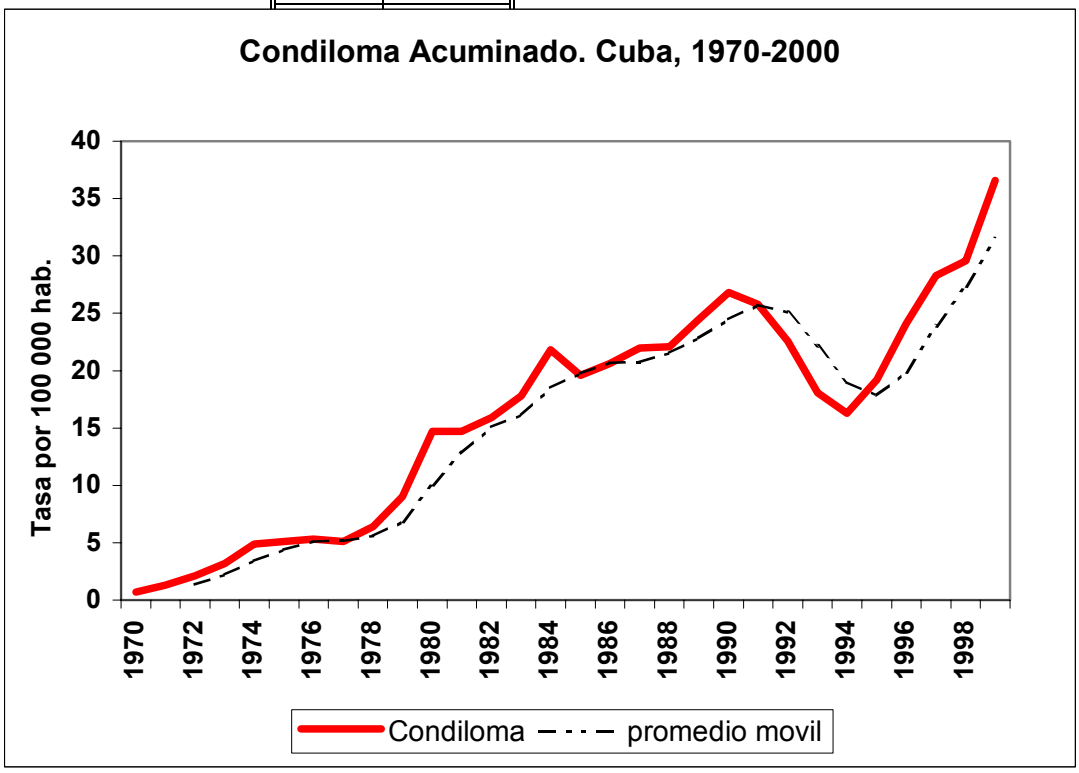
Método de los promedios móviles:
Este es otro de los métodos gráficos recomendados para el análisis de tendencia, pero en realidad lo que permite es disminuir las fluctuaciones bruscas de la serie y obtener un suavizamiento general de la misma, por lo que se recomienda cuando estamos en presencia de series con muchas variaciones en su comportamiento a lo largo del tiempo. El método consiste en obtener el promedio para segmentos iguales de la serie, generalmente se prefiere dividirla en pequeños grupos de 3 ó de 5 años según la longitud de la serie y sus fluctuaciones e ir obteniendo sucesivamente el promedio para cada conjunto de años. Estos después se inscriben en un gráfico, como el que se muestra a continuación. Observe que con este método siempre se van perdiendo términos.

AÑO	TASA
1970	0.7
1971	1.3
1972	2.1
1973	3.2
1974	4.9
1975	5.1
1976	5.3
1977	5.1
.	.

(0.7+ 1.3+ 2.1) / 3

(1.3 +2.1+3.2) / 3

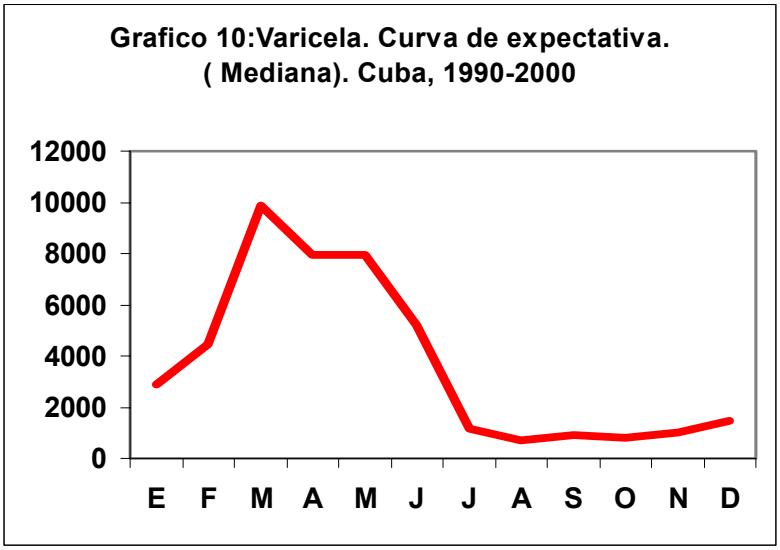
(2.1 + 3.2 + 4.9) / 3



Entre los métodos tradicionales para el estudio de la estacionalidad mostraremos la curvas de expectativas y el canal endémico con cifras inframáximas y supramínimas.

Curvas de expectativas.

Las curvas de expectativa se llaman así porque lo que se obtiene es una curva del comportamiento esperado para el evento, se pueden confeccionar con la mediana o con el promedio. Si estamos en presencia de series que no tienen muchas fluctuaciones y se dispone de un gran número de años se puede utilizar la curva confeccionada con el promedio. Pero si la serie es muy variable se recuerda que esto afectará los resultados obtenidos pues el promedio toma en cuenta a todos los valores.
Cuando se hace con el promedio se obtiene los promedios para cada intervalo, por ejemplo para cada mes o para cada semana y después se inscriben en el gráfico.
Cuando se decide confeccionarla con la mediana es necesario ordenar los valores de los diferentes meses o semanas del año en orden ascendente o descendente y obtener los correspondientes a la posición de la mediana. Con estos se hace el correspondiente gráfico. En el gráfico 10 se muestra la curva de expectativa con la mediana obtenida para los casos mensuales de Varicela de Cuba, en la cual se utilizó la serie de casos mensuales del año 1990-2000.



En el gráfico 10 se aprecia como en esta enfermedad se puede esperar un incremento de casos entre febrero y junio.
Aunque las curvas de expectativa resultan de utilidad, es más conveniente poder establecer ciertos rangos en el comportamiento esperado de los eventos, que les permitan a los gerentes o a los epidemiólogos apreciar adecuadamente los fenómenos, pues las curvas de expectativa explicadas con anterioridad solamente muestran un valor central. Se puede adicionalmente hacer curvas con el promedio tricentral por ejemplo o con la semisuma de la mediana y el valor último, pero estos métodos tampoco ofrecen la información más completa.
El método del canal endémico es mucho más adecuado para mostrar los diferentes rangos de comportamiento esperado de un evento. Se puede confeccionar de varias maneras. A continuación s explicará una de ellas.

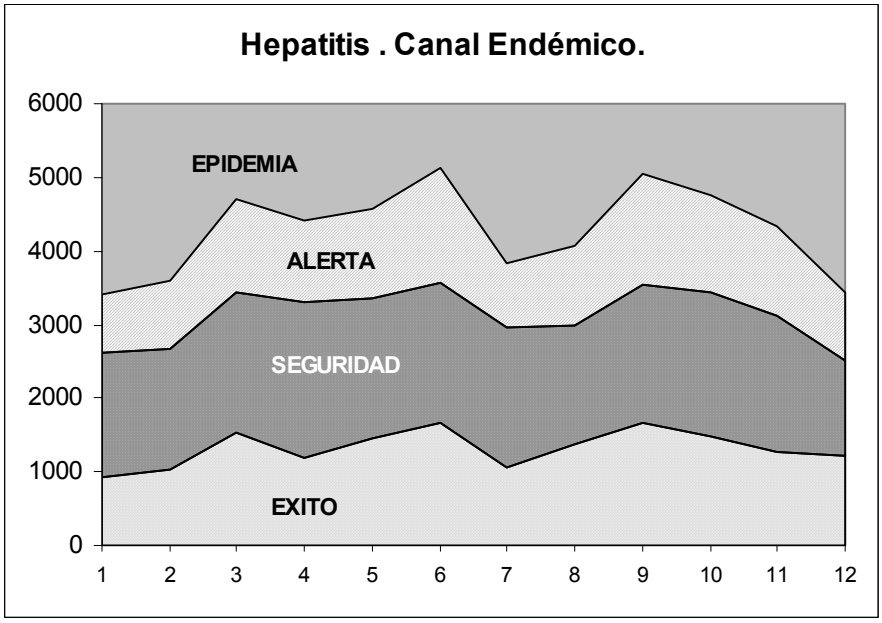
Canal Endémico con las cifras inframáximas y supramínimas.
Este es uno de los métodos más utilizados en nuestro país para la vigilancia de eventos en intervalos de tiempo cortos como por ejemplo semanas o meses. Se recomienda su utilización cuando se dispone de información de un número suficiente de años, generalmente más de 7 años, pues en el procedimiento de su confección se desechan las observaciones máximas y las mínimas. Para explicar la confección de este método se utilizará la serie mensual de Hepatitis Viral correspondiente a los años 1990-1998.

	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
1992	1692	1626	1887	2105	1919	1746	1959	1637	1866	1936	1503	1304
1993	838	928	1290	1021	891	1594	830	807	1289	944	727	991
1994	649	951	1509	1365	1206	1565	880	1105	1754	1493	1270	917
1995	815	1037	1540	1139	1443	1133	867	1362	1672	1406	1838	886
1996	946	919	1014	1123	1753	1911	1918	1803	2575	2998	1868	1977
1997	1926	1984	2276	2998	2271	1904	1748	1606	1520	1831	1218	1210
1998	914	1184	1586	1188	1237	1670	1045	1079	1538	1341	1268	1284

Para poder desarrollar el método es necesario ordenar los valores de la serie de manera ascendente o descendente, en este caso se ordenaron de forma descendente. Posteriormente se procede a obtener la mediana, y se toman dos filas de valores adicionales, la fila que está por debajo de los máximos valores (inframáxima) y la fila que está por encima de los mínimos(supramínima). Estos tres conjuntos de números se pueden inscribir en un gráfico, dividiendo el área del mismo en 4 zonas que se conocen con el nombre de Zona de éxito, zona de seguridad, zona de alerta y zona de epidemia.

	E	**F**	**M**	**A**	**M**	**J**	**J**	**A**	**S**	**O**	**N**	**D**
	1926	1984	2276	2998	2271	1911	1959	1803	2575	2998	1868	1977
Inframáxima	1692	1626	1887	2105	1919	1904	1918	1637	1866	1936	1838	1304
	946	1184	1586	1365	1753	1746	1748	1606	1754	1831	1503	1284
Mediana	914	1037	1540	1188	1443	1670	1045	1362	1672	1493	1270	1210
	838	951	1509	1139	1237	1594	880	1105	1538	1406	1268	991
Supramínima	815	928	1290	1123	1206	1565	867	1079	1520	1341	1218	917
	649	919	1014	1021	891	1133	830	807	1289	944	727	886

Gráfico 11



Este canal permite inscribir los nuevos valores del evento en el período que se está vigilando; observar en que zona se encuentran y actuar en consecuencia. Observe que los valores que se encuentran por encima de la mediana, ya representan un motivo de alerta o constituyen francamente una epidemia. Este método tiene la ventaja de no considerar los valores de años epidémicos pues no toma los máximos, por eso se prefiere al canal del máximo maximorum y mínimo minimorum, al cual se le ha señalado que pierde sensibilidad para la detección de epidemias al tomar en cuenta para su confección a los valores máximos.

Los métodos anteriormente enumerados son bastante buenos en general si lo que se desea es describir el comportamiento de un evento de salud. Sin embargo, con frecuencia el estudio de series lo que persigue es poder predecir un valor futuro de la variable y para este caso, esos métodos resultan inoperantes.

Ahora bien, si de lo que se trata es de pronosticar, se deben dejar por sentado algunos aspectos básicos relativos al pronóstico. El primero de ellos es que si se predice el comportamiento futuro de un evento basándose en su conducta pasada, se asume que las condiciones o factores que generaron la serie en el período establecido permanecerán inalterables. Es decir, no se efectuarán modificaciones en las causas directas o indirectas que intervienen en la producción del fenómeno. Si se conoce que se producirá una

intervención cualquiera sobre alguno de esos factores, no tiene sentido hacer un pronóstico basado en el comportamiento pasado, para ello es necesario emplear otras técnicas que admitan el análisis multifactorial.

Otro aspecto a considerar tiene que ver con las propias características del evento que se estudia, si éste es intranscendental o muy inestable, no se podrá obtener un pronóstico de calidad y tampoco resulta lógico hacerlo. Por último se debe considerar el horizonte de la predicción, entendiéndose por éste al período de tiempo que media entre la última observación y la que se quiere predecir, pues pueden ser más largos o más cortos según las características del evento y los objetivos del pronóstico. Para la vigilancia epidemiológica siempre se prefieren los horizontes de predicción cortos, generalmente para períodos dentro del año.

Para poder seguir adentrándonos en este tema es necesario formalizar algunas definiciones:

- Al realizar un pronóstico estaremos utilizando un conjunto de "t" observaciones existentes de la variable para obtener un valor de la misma en un momento "t + i" donde i = 1, 2, ..., n.
- Consideraremos además a Y_t como al valor observado de la variable para el momento "t" y a $\hat{Y}_t$ como al valor estimado para ese mismo momento por cualquiera de los métodos empleados. La función que permite modelar el comportamiento de la serie para cualquier momento "t" será f (x_t), pues X_t será cualquiera de los intervalos de tiempo utilizados (días, meses, años, etc.).
- Entonces podemos identificar a Y_t como variable dependiente y a X_T como la independiente.

Observe que el hecho de modelar esta relación de dependencia entre los valores de la variable en cuestión y el tiempo, no debe ser interpretada más allá de la relación matemática, pues esta formalización no guarda ninguna relación con una dependencia de tipo causal y lo único que se realiza en este caso es modelar las regularidades intrínsecas del proceso con respecto al tiempo.

Antes de abordar cualquiera de los métodos es necesario referirnos a la <u>calidad del pronóstico</u>, pues una vez que se obtengan los nuevos valores es de gran interés para el investigador, el que éstos se aproximen lo más posible a la realidad. La manera más sencilla para evaluar esta calidad es aquella que permita comprobar las discrepancias existentes entre el valor pronosticado y el valor real. Sin embargo, generalmente no se puede esperar a que se produzca el hecho para poder hacer esta evaluación, por lo que la forma más sencilla y común de hacerlo es comparando los valores observados para el conjunto de "t" momentos de tiempo, con los que se obtuvieron mediante el modelo utilizado para esos mismos momentos.

Entonces la garantía del buen funcionamiento de una técnica de predicción del futuro está dada por la menor discrepancia entre el valor real y el valor pronosticado para el pasado, es decir que el **error de predicción** (e_t) sea mínimo y éste se define así:

$$e_t = Y_t - \hat{Y}_t.$$

Existen varios estadísticos que pueden construirse con el error de predicción. Entre los más comunes están:

1. *Error Medio*. Este se estima como el valor absoluto del promedio de las diferencias entre los valores observados y esperados de la variable. Tiene como inconveniente que se expresa en las unidades de medida de la variable. $EM= \left| \sum e_t/n \right|$.
2. *Error Absoluto Medio*. Es la media aritmética de la suma de las diferencias absolutas entre los valores observados y los esperados. Tiene el inconveniente también de expresarse en las unidades de medición de la variable. $EMA= \sum |e_t| /n$.
3. *Porcentaje de Error Medio Absoluto*. Se trata del mismo EMA expresado en porcentaje y tiene como finalidad eliminar las unidades de medida de la variable.
   $PEMA= 1/n \left(\sum |e_t| /y_t\right)$.
4. *Error Cuadrático Medio*. Es una de las más utilizadas y se trata de la media aritmética de la suma de las diferencias cuadráticas entre los valores observados y esperados de la variable. Tiene el inconveniente de expresarse en unidades cuadradas de tiempo y es por ello que generalmente aparece como la Raíz del Error Cuadrático Medio (*root mean squared error*).
   $ECM= \sum e^2_t / n$.

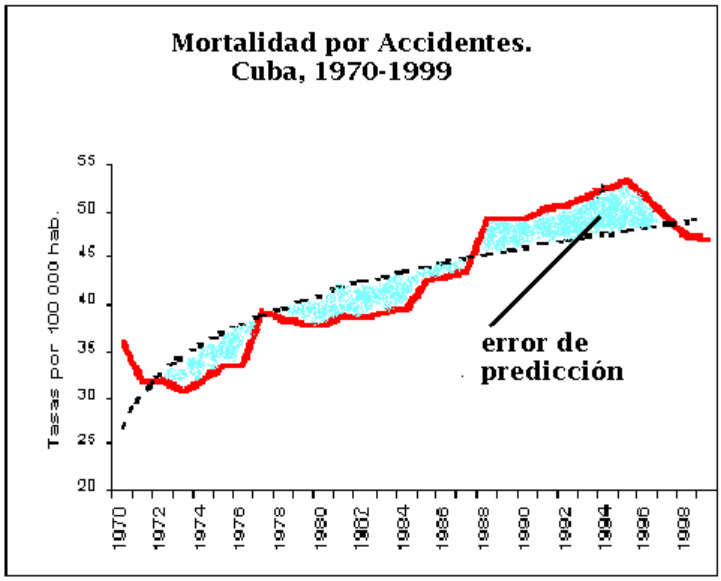


Gráfico 12

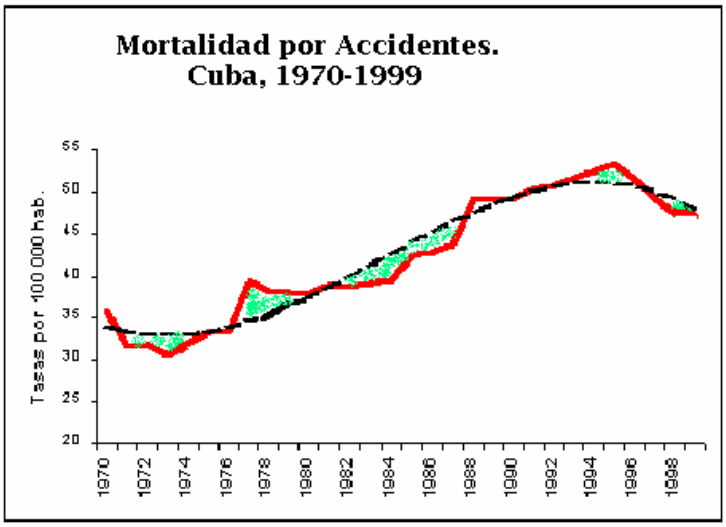
A continuación se muestran las series de mortalidad por Accidentes a las cuales se les han aplicado dos modelos diferentes para la predicción.

En el gráfico 12 se aprecia una mayor diferencia entre la recta estimada y la serie real de accidentes, ello habla de que hay un mayor error. Al observar el otro modelo representado en el gráfico 13 se corrobora esta impresión.

El valor del Error Cuadrático Medio para ambos modelos fue de 8.29 para el primer modelo y de 6.4 para el segundo. Aunque la diferencia entre ambos valores no es muy grande si basta para poder seleccionar al segundo como un mejor modelo de predicción. En la práctica cotidiana las diferencias entre los modelos son mayores que en este caso.

En todos los casos se desea que cualquiera de los estadísticos utilizados tenga un valor pequeño, mientras menor sea mucho mejor. Sin embargo, cuán pequeño debe ser para considerar al modelo que lo generó como bueno y esperar por lo tanto un pronóstico de calidad, es algo que sólo la experiencia puede aportarle al investigador. No obstante, cuando se han utilizado varios métodos para efectuar una predicción lo más razonable es escoger de entre ellos a los que produzcan el menor error, tal como sucedió en nuestro ejemplo anterior.

Gráfico 13



No podemos continuar sin hacer referencia a un aspecto muy importante en el arte de pronosticar y este es, que para obtener pronósticos con menos margen de error es conveniente utilizar modelos que reproduzcan la generalidad del comportamiento de la serie y no de sus detalles más ínfimos, algo así como el dibujo de un mapa, el cual no reproduce todos los detalles de la región geográfica que representa[6]. Un buen modelo para un pronóstico es aquel que constituye una representación de las características más sobresalientes del evento estudiado[7].

Habíamos hecho referencia con anterioridad a la existencia de varios ejes de clasificaciones para los métodos de pronóstico. Para empezar utilizaremos una modificación de la propuesta por el Profesor Cándido López en su *"Análisis de Series Cronológicas en el estudio de la Situación de Salud"*[8].

Métodos para obtener predicciones.

<u>Obtención de pronósticos anuales cuando los datos están registrados anualmente:</u>

- Método de los Mínimos Cuadrados.
- Método del Alisamiento Exponencial con dos Parámetros.
- Método de la Modelación ARIMA.

Obtención de pronósticos en escala menor de un año cuando los datos están registrados de esa manera:

1. Descomposición temporal de la serie si se quiere obtener la tendencia sin analizar la estacionalidad:
   - Método de la desestacionalización + Ajuste de la serie desestacionalizada.
2. Integración del componente tendencial y estacional (procedimiento más común).
   - Método del Alisamiento Exponencial con Tres Parámetros.
   - Método de la Modelación ARIMA-SARIMA.

Los casos donde las escalas del pronóstico y la del registro de los datos no son iguales, no serán tratados aquí, pues ambas situaciones son poco frecuentes. Aunque resulta evidente que si disponemos de datos registrados mensualmente y queremos hacer un pronóstico anual, basta con efectuar una simple suma de todos los meses para obtener los totales anuales.
Otros casos que tampoco serán considerados en este marco, debido a la complejidad de los mismos, son aquellos métodos que se emplean para modelar el componente cíclico de la serie. Para ello se acostumbra a realizar análisis espectral, generalmente mediante series Fourier, aunque también se usan los periodogramas de la serie. A continuación presentaremos tres de los métodos anteriormente mencionados para la obtención de los pronósticos.

Método de los Mínimos Cuadrados.

Este es el más utilizado cuando se trata de ajustar una recta a un conjunto de puntos y consiste en buscar una ecuación tal que la suma de los cuadrados de las distancias de los puntos a la recta sea mínima, por este motivo se utiliza para estimar los parámetros de la regresión. Dado que la recta que se busca ha de utilizarse con fines de estimación o de predicción, es razonable requerir de la misma que sea de tal magnitud que haga pequeños los errores de estimación, entendiéndose éstos como la diferencia entre un valor observado y el correspondiente valor en la recta ajustada.

Teniendo en cuenta que los errores pueden ser positivos o negativos y pueden totalizar un valor que aunque pequeño produzca un ajuste deficiente, no bastará meramente conque la suma de los errores sea lo más pequeña posible sino que sea la mínima. Como las sumas de los valores absolutos no resulta cómoda para trabajar, se utiliza la suma de los cuadrados de los errores y se exige que ésta sea mínima, de ahí, el nombre del método.

Sin embargo, al extrapolar el uso de esta técnica al estudio de series nos encontramos con una dificultad importante que no siempre puede ser resuelta. El problema viene dado por los supuestos teóricos cuyo cumplimiento exige la regresión, de ellos el que más nos preocupa es el de la independencia de las sucesivas observaciones o dicho de otra forma la independencia entre los residuos sucesivos, pues habíamos visto que la serie por sus características propias, presenta autocorrelacion o correlación serial, quiere decir que las observaciones sucesivas no son independientes.

El incumplimiento de este supuesto puede traer como consecuencia que los valores obtenidos para los estimadores de los parámetros de la recta de regresión no sean los adecuados, que los resultados de las pruebas de significación estadística de los mismos no resulten válidos, e incluso que las predicciones que se realicen a partir de determinada ecuación no tengan la eficiencia deseada.

La existencia de la autocorrelación serial se determina de varias maneras, las más comunes son la obtención de coeficientes de correlación simple o parciales significativos o la utilización de la prueba de Durbin Watson (para detectar autocorrelación de primer orden, es decir, entre dos valores sucesivos de la serie).

El otro supuesto de la regresión que puede violarse en las series es el relacionado con la homocedasticidad (varianzas iguales o por lo menos constantes). Si se tienen evidencias de la existencia de varianzas desiguales entonces se debe realizar un análisis de regresión ponderado mediante el método de los Mínimos Cuadrados Ponderados (*weigthed least squares* en los programas computacionales).

Pasos principales para la obtención de la tendencia de la serie con este método.

1. Observación del gráfico de la serie para determinar a priori que tipo de línea la representa mejor: Con frecuencia se asume que la línea recta ($y=\alpha+\beta x$) es la más adecuada para modelar el comportamiento de la serie, sin embargo, muchos eventos de salud pueden estar mejor representados por otra[9]. No existen prácticamente límites para la cantidad de líneas que pueden expresarse con ecuaciones matemáticas, puede que incluso varias de ellas representen adecuadamente nuestro evento, es por ello que antes de escoger alguna es recomendable observar el gráfico y consultar expertos. Puede decidirse probar varias y escoger entonces la que mejor ajuste. En algunos programas computacionales se ofrecen varias posibilidades para transformar la variable independiente, la decisión de cual escoger se realiza mediante los coeficientes de correlación de estas transformaciones con la variable dependiente, usualmente se toma aquella que tenga el mayor valor del coeficiente.Es importante tener siempre en cuenta que debe buscarse la ecuación que mejor describa la realidad, pero con la mayor simplicidad. A veces se utilizan polinomios de grado muy alto, pasando por alto el hecho de que se puede elevar el grado de éstos hasta tal punto que reproduzcan paso a paso el comportamiento de la serie, pero ese modelo tan complejo no es el adecuado para trabajar pues complica innecesariamente todos los cálculos.
2. Obtención de los coeficientes de regresión para la ecuación escogida: La obtención de estos parámetros constituye el objetivo fundamental del método y esto debe realizarse de manera tal que $\sum (Y_t-\ddot{Y}_t)^2$ sea mínima; para que esto suceda es necesario que la función escogida tenga un valor mínimo y para ello sus derivadas parciales deben anularse. Una vez que se ha logrado esto pueden obtenerse, a través de la construcción y solución de un sistema de ecuaciones, los estimadores deseados ("a" como estimador de α y "b" como estimador de β)
3. Determinación de la significación estadística de estos coeficientes: En este paso se pretende contrastar la hipótesis nula $\beta=0$ contra la alternativa $\beta\neq0$. Pues si el

coeficiente de regresión no resulta ser significativamente diferente de cero no podemos demostrar la existencia de una tendencia. Para ello se puede realizar una prueba con el estadígrafo "t" de student (si no se conoce la varianza) o efectuar una prueba con el estadígrafo F, el cual se basa en el análisis de varianza, es decir en la descomposición de la variación en sus diferentes fuentes y en ese caso se desea que la mayor parte de la variación sea debida a la regresión.

4. Bondad de ajuste del modelo escogido: Cuando el propósito que se persigue es realizar un pronóstico de los valores futuros de una variable, se necesita que el modelo que se va a usar para hacerlo ajuste bien a los datos, es decir que los represente bien. Por eso para determinar la bondad del ajuste se usan varios métodos entre los cuales están los siguientes:
   - *Coeficiente de Determinación* (R^2). Se trata del cuadrado del coeficiente de correlación (r_{xy}) y se considera que el modelo ajusta mejor en la medida en que más se acerque al valor de la unidad. Permite explicar qué parte de la variación total se debe a la regresión. No obstante, se debe ser muy cuidadoso en su interpretación pues se pueden obtener valores muy altos para el mismo, cuando se trabaja con un modelo que tiene muchos términos (este es el caso de los polinomios de alto grado).
   - *Coeficiente de Determinación Ajustado* (R^2 ajustado). Este incluye en su cálculo el tamaño muestral y el número de términos, al revés del anterior su valor no aumenta necesariamente al introducirle más términos a la ecuación.
   - Existen otros criterios para determinar la bondad del ajuste y que pueden obtenerse en los programas computacionales, tales como el criterio de predicción de Ameniya. Sin embargo, es necesario recordar que siempre que tengamos dos modelos que ajusten bien escogeremos aquel que produzca el menor error.
5. Elaboración de los pronósticos: Una vez que se ha obtenido un modelo bueno, éste es utilizado para pronosticar los valores futuros de la variable dependiente, a través de la sustitución en la ecuación de los valores de los estimadores y de la variable independiente. Como generalmente se desea tener una idea aproximada de la precisión de este pronóstico, se acostumbra a construir intervalos de predicción con grados de confiabilidad variable según los intereses del investigador.

Antes de continuar con otros métodos de predicción, es importante referirse al número de observaciones necesarias para efectuar un análisis de tendencia. Habíamos visto que este componente de la serie consiste en un movimiento casi siempre lento, que se mantiene por períodos largos, luego entonces no es conveniente buscarlo en series pequeñas[10]. Generalmente se recomienda utilizar más de 10 años, aunque puede hacerse con 7 pero, siempre se debe utilizar un horizonte de predicción que no exceda la mitad del largo de la serie, en otras palabras, con una serie de 10 años no se puede hacer un pronóstico para más de 5 años.

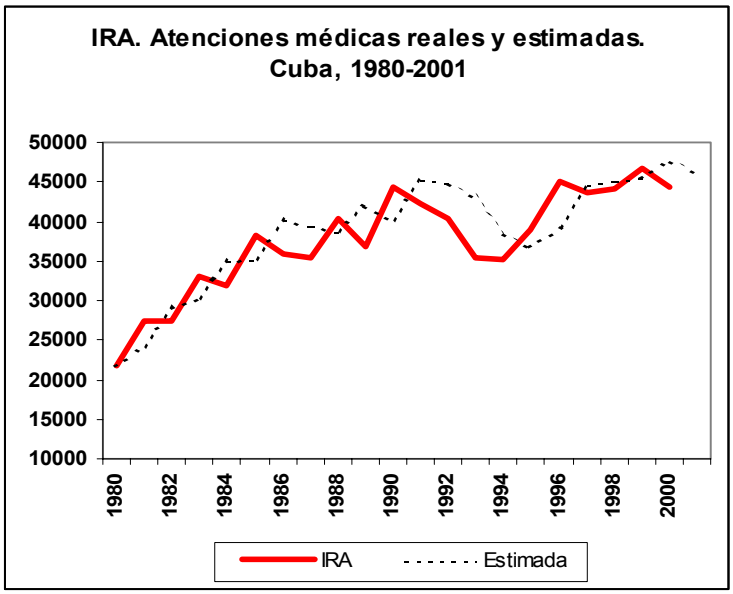
Alisamiento Exponencial.

Este método goza de gran popularidad para la obtención de pronósticos, pues tiene entre sus ventajas el haber sido diseñado especialmente para el tratamiento de series temporales y no requerir por lo tanto, del cumplimiento de ningún supuesto teórico.
Con el alisamiento exponencial se obtiene un modelo en el cual los valores de la variable representada en la serie, se expresan como una función ponderada de sus valores pasados y para lograr esto se acostumbra utilizar varias constantes que representan el peso o valor que se les da a los diferentes conjuntos de valores de la serie (los recientes o los más antiguos). Esta técnica permite suavizar las oscilaciones puntuales de la serie y lograr un pronóstico más adecuado al contribuir a la eliminación de los valores extremos. Las técnicas de alisamiento exponencial pueden ser de tres tipos:

- *Alisamiento Exponencial Simple*. Este se emplea para las series sin tendencia y sin estacionalidad.
- *Alisamiento Exponencial con dos parámetros*. Para las series que tienen tendencia y no tienen estacionalidad.
- *Alisamiento Exponencial con tres parámetros*. Se utiliza para el tratamiento de series que tienen tendencia y estacionalidad.

Alisamiento Exponencial Simple. Este método es adecuado para aquellas series cuyos valores se mueven de una manera aleatoria alrededor de una media y en las cuales no se detecta la existencia de tendencia o de estacionalidad. El fundamento teórico de éste viene dado por la obtención de medias móviles, similares a las mencionadas en los métodos gráficos para detectar tendencia. Sin embargo, estas medias tienen la característica adicional de estar ponderadas de manera decreciente y en progresión geométrica. La ponderación se efectúa mediante la constante de suavizamiento (α). Es decir que, cada valor alisado (suavizado), no es más que el promedio ponderado de las observaciones anteriores.

Ahora bien, el valor de esta constante puede oscilar entre 0 y 1. Cuando ésta se acerca al cero significa que se le concede mayor importancia o se le asigna mayor peso a las observaciones alisadas previas a un tiempo particular "t" y se ignoran las observaciones actuales. Esto da como resultado una curva más suavizada y se recomienda para las series con grandes oscilaciones.



Por el contrario si α está cerca de 1, se hace mayor énfasis en las observaciones no transformadas en el tiempo "t" y se ignoran las previas; esto trae como resultado una curva menos suavizada, pero que sigue de cerca los datos reales no alisados y es lo que se recomienda para las series

con pequeñas oscilaciones.

Gráfico 14

No obstante, la mayoría de los softwares ofrecen la posibilidad de obtener el mejor valor para la constante de suavizamiento. Entonces, formalizando un poco lo que hemos descrito anteriormente podemos decir que un valor pronosticado para un tiempo "t+1", puede representarse como sigue:

$$\ddot{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + (1-\alpha)\hat{Y}_t$$

Es decir que el valor estimado para el tiempo "t + 1" depende del valor real y del estimado anteriores a él y a su vez el estimado anterior dependió también de los reales y los estimados previos pues,

$$\hat{Y}_t = \alpha Y_{t-1} + (1-\alpha)\hat{Y}_{t-1}$$

Alisamiento Exponencial con dos parámetros. Este es el método que se utiliza cuando se supone la existencia de una tendencia en la serie y consiste en incorporar una nueva constante (β) para modelar el componente tendencial. El valor de ésta también oscila entre 0 y 1 y se interpreta de la siguiente manera, cuando β se acerca a 1 significa que la tendencia se ha estimado con los valores más recientes de la serie, cuando por el contrario se acerca a cero, se sabe que la tendencia se obtuvo con todos los valores de la serie, es decir dándoles la misma importancia a todos. Los programas computacionales también ofrecen el mejor valor de la constante β para obtener pronósticos con más calidad y algunos de ellos la identifican con la letra griega gamma (γ). En el Gráfico 14 se muestra la serie de atenciones médicas por IRA obtenida por alisamiento exponencial, observe como se suavizan y se desplazan ligeramente los valores.

Alisamiento Exponencial con tres parámetros. Esta es la técnica que se emplea cuando se trata con una serie que se supone posee tendencia y estacionalidad. Aunque existen métodos para comprobar la verdadera existencia de estacionalidad en una serie, no abordaremos ninguno en este marco limitándonos a presuponer la existencia de la misma por el mero hecho de trabajar con intervalos de tiempo menores que un año. Para poder modelar el componente estacional este método incorpora un tercer parámetro (δ), el cual también toma valores entre 0 y 1. Cuando su valor está cerca del cero quiere decir que para un punto particular de tiempo "t" el valor es idéntico al período estacional anterior, en cambio si se acerca a 1, se espera que para cada período estacional se modifique al máximo. En este caso al igual que los anteriores el mejor valor para la constante se puede obtener a través de los programas computacionales.

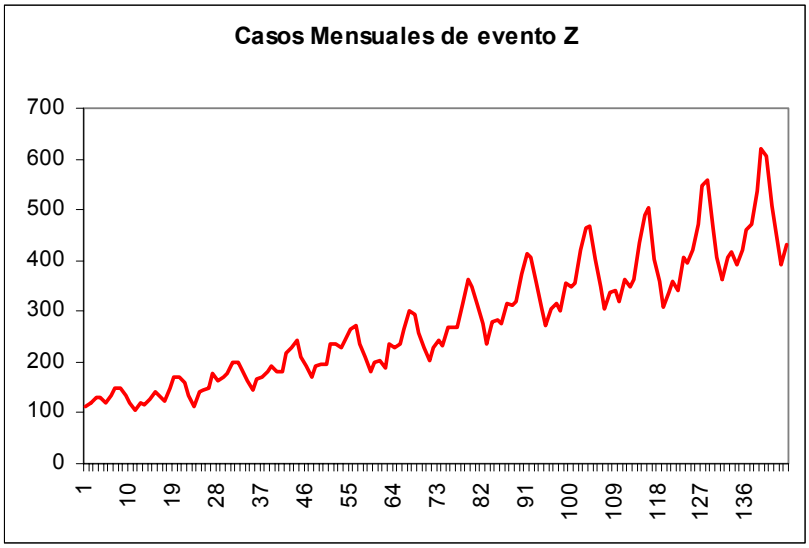
Ahora bien, la estacionalidad tiene una característica muy particular que obliga al investigador a realizar un análisis previo de la serie antes de utilizar este método. Ella viene dada por los diferentes patrones que se pueden identificar en su comportamiento, así tenemos que:

- Patrón Aditivo. Este es el que presentan aquellas series cuya estacionalidad no varía a lo largo de la misma.
- Patrón Multiplicativo. En este caso la estacionalidad se va modificando a lo largo de la serie. (Ver Gráfico 15)

Para cada uno de estos patrones está prevista una variante del Alisamiento Exponencial de tres parámetros, por lo tanto basta con identificarlo para saber cual variante usar. Sin embargo, a veces esta identificación no es tan sencilla y entonces de manera general se prefiere asumir que la serie tiene un patrón multiplicativo y actuar en consecuencia.
En los programas que se dedican a estos métodos se pueden obtener los índices estacionales para cada período estacional empleado (semanas, meses, etc.). Con el valor que alcanzan éstos se determina la verdadera estacionalidad del evento en estudio con mayor precisión que mediante la exploración gráfica.

En todos los tipos de alisamientos exponenciales anteriormente descritos, pueden obtenerse intervalos de confianza para los valores puntuales estimados, para ello se generan las ecuaciones necesarias según el programa computacional empleado.

Gráfico 15



Para finalizar esta parte podemos concluir que las técnicas de Alisamiento Exponencial son útiles cuando se desea obtener pronósticos rápidos y a corto plazo, cuando obligados por la premura no estamos en condiciones de obtener un modelo más complicado o cuando no se pretende hacer una caracterización formal de éste.
Sin embargo, el hecho de que los modelos así obtenidos no se basen en una cabal comprensión teórica del evento estudiado sino que cada valor estimado de la serie es una combinación lineal de los valores precedentes, a los cuales además se les pondera según varios coeficientes (α, β, δ), hace que los pronósticos pierdan su validez en corto plazo. Para poder obtener predicciones válidas para un plazo mayor de tiempo es necesario entonces, modelar las regularidades del fenómeno y determinar la verdadera importancia que tienen los valores más recientes o los más lejanos en el comportamiento de la serie. Los modelos que veremos a continuación tienen esa ventaja.

Modelación ARIMA.

Los modelos ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) o modelos Autorregresivos de Medias Móviles Integrados, fueron desarrollados por Box y Jenkins en la década de los años 60[6], aunque inicialmente no fueron concebidos para su utilización en el campo de la salud, desde 1980 ha venido incrementándose su aplicación en esta esfera.

Una parte considerable del éxito de estas técnicas está dado por las ventajas que tiene sobre la regresión a la hora de hacer pronósticos[11]. Entre ellas podemos citar que todos los modelos que utilizan la regresión para obtener un número esperado de casos son estáticos, es decir que, suponen las relaciones entre variables dependiente e independiente invariables en el tiempo, en cambio, la modelación ARIMA supone a éstas como dinámicas. Tenemos también que, mientras que la regresión es insensible a las modificaciones recientes de las variables pues le asigna el mismo peso a todos los valores de las mismas, en los modelos ARIMA se puede determinar con bastante precisión los valores que en un momento del tiempo tienen más peso y de esa manera usarlos en el pronóstico. Esta determinación se hace con más exactitud inclusive que con los Alisamientos Exponenciales.

Por último, dado que el análisis de regresión solamente describe una relación estática como habíamos visto, la bondad del ajuste de un modelo de este tipo con relación a los valores pasados, no implica necesariamente un pronóstico más exacto para valores futuros, aún cuando se haya obtenido un R^2 alto. Sin embargo, la modelación que veremos a continuación si provee un procedimiento óptimo para ajustar el modelo a los datos observados.

No obstante, la utilización de esta técnica tiene algunas desventajas, entre las cuales está la necesidad de emplear numerosas unidades de observación, generalmente se exige no menos de 50; además, requiere de un entrenamiento especial para su ejecución y es imposible su aplicación sin computadoras.

Podemos plantear entonces, que la esencia de este método es considerar que toda serie temporal, en su forma original, o después de algunas transformaciones, puede ser generada por una cierta clase de Modelo ARIMA y el quid de la cuestión es encontrarla; lo cual no resulta nada fácil.

Esta búsqueda del mejor modelo se realiza mediante las autocorrelaciones seriales que ya habíamos visto como inherentes a cualquier serie de tiempo. Puede ser mediante los Coeficientes de Autocorrelación Simple (CAS) o el de Autocorrelación Parcial (CAP). Tenemos que en un modelo ARIMA se considera que el comportamiento de la variable en cualquier momento del tiempo está influenciado por varios factores:

1. Los valores recientes de la variable. Estos son los que se pretende modelar con el componente autorregresivo (AR).
2. Los ruidos recientes. Se conocen también como ruidos blancos o errores y pretenden modelar la influencia de los elementos aleatorios en períodos recientes. Estos son los que se representan con el componente de media móvil (MA).

3. Los valores remotos de la variable. Estos se expresan a través del componente autorregresivo estacional $(AR)^S$ y representan la influencia que tiene el comportamiento de la variable en el pasado remoto sobre su valor actual.
4. Los ruidos de valores remotos de la variable. Al igual que los ruidos recientes, representan la influencia de los elementos aleatorios y se trata de modelarlos mediante las medias móviles estacionales $(MA)^S$.

Luego entonces un modelo ARIMA representa la influencia conjunta sobre el valor tomado por la variable en cada momento, de sus valores anteriores y de los ruidos anteriores, ya sean recientes o remotos si la serie tiene estacionalidad. Cuando esto último sucede se acostumbra a identificar al modelo como SARIMA.

El procedimiento para la determinación del modelo que mejor ajusta a los datos, comienza con la comprobación de la ESTACIONARIDAD de la serie. Generalmente las series temporales no son estacionarias sino dinámicas y variables. Para ser estacionarias deben ser estables su media, su varianza y su autocorrelaciones, pero si por ejemplo, la serie tiene tendencia no es estacionaria en su media, si tiene estacionalidad no lo es en sus autocorrelaciones y mucho menos si su varianza es variable.

Entonces se debe proceder a convertir la serie en estacionaria mediante las transformaciones de Box-Cox para estabilizar la varianza y/o las diferenciaciones (diferenciación simple para la media y diferenciación estacional para las autocorrelaciones). Una vez que se ha inducido la estacionaridad necesaria, se comienzan a identificar los posibles modelos asignándoles diferentes valores a los parámetros (AR y MA) y/o (AR^S y MA^S). Siempre se debe tener en cuenta que los mejores modelos son aquellos más sencillos, que explican mejor las relaciones internas y que producen un mínimo error en los pronósticos.

Después de estimar los parámetros se realizan tres tipos de pruebas para juzgar sobre lo adecuado del modelo escogido:

- Pruebas sobre los parámetros. (Significación estadística de los mismos y falta de existencia de correlación entre ellos).
- Pruebas sobre los residuos. (La media residual no debe ser significativamente diferente de cero, los residuos deben ser insesgados y por último no debe existir autocorrelación entre ellos).
- Pruebas de Bondad de Ajuste. (PEMA y R^2).

Cuando ya se ha determinado que el modelo seleccionado es el que mejor ajusta a los datos, se procede a restablecer las características de la serie original, las cuales habían sido modificadas al tratar de inducir la estacionaridad. Sobre esa serie original se comprueban los pronósticos, pretendiéndose de este modo verificar si existe o no diferencias entre los valores pronosticados y los verdaderamente observados. Si esta verificación resulta satisfactoria se procede entonces a utilizar los valores pronosticados.

Ahora bien, los tres métodos anteriormente explicados (Mínimos Cuadrados, Alisamientos y ARIMA), no son útiles para tratar series generadas por eventos raros, pues se recordará que los mismos eran causa frecuente de inestabilidad, en estos casos se logran resultados bastante satisfactorios usando la distribución de Poisson para la obtención de la probabilidad de ocurrencia de determinado valor esperado y la comparación de la misma con el valor real. No obstante, incluso esta última distribución requiere de un número considerable de observaciones anteriores que permitan tener una idea del comportamiento histórico del evento en cuestión.

Existen numerosas razones por las cuales en un momento determinado no se puede disponer de una cantidad suficiente de datos registrados para el tratamiento de una serie de tiempo, además, puede darse el caso de que no se tenga ningún dato anterior. Entre las principales razones podemos citar las siguientes:

- El evento de salud considerado no forma parte de los sistemas de información establecidos, porque se trata de un problema nuevo en la región por ejemplo.
- Se han producido modificaciones en el registro del evento.
- Los sistemas de información estadística no son confiables.
- La utilización de regiones que no responden a la división político-administrativa y para las cuales no existen registros.

Para el tratamiento de situaciones como las descritas anteriormente no son operantes los métodos donde se contrasta lo real con lo esperado, en estos casos entonces, lo que se quiere es poder demostrar si la ocurrencia de estos eventos constituye una agrupación en el tiempo no debida al azar. Es por ello que se han elaborado un conjunto de métodos basados en la detección de agrupaciones de casos en el tiempo no debidas al azar que se definen como un Cluster (aglomeración). Entre los más utilizados podemos citar los siguientes[12,13,14]:

- Test de Chen.
- Test de Scan
- Scan Test.
- Test de Grimson
- Tango Clustering Index.

Algunos de los métodos de Clusterización utilizados para el análisis temporal, parten de la comparación de los casos observados con una distribución teórica de casos obtenida para tal fin. El método de Chen opera de esta forma. La distribución puede ser elaborada a partir de las tasas de incidencia conocidas de un nivel de agregación mayor (del cual se dispone información registrada), por ejemplo un municipio o el país, y entonces se compara si los casos observados exceden la cifra que debería esperarse de acuerdo con esa tasa.

Otros métodos, como el de Naus, se basan en el análisis del número máximo de casos observados en un intervalo de tiempo definido y la probabilidad de que una cantidad menor de ellos sea considerada como no debida al azar. El método por tanto, se puede utilizar para detectar agregaciones de casos de enfermos por ejemplo, en períodos consecutivos de

tiempo. Para emplear este método es necesario ordenar todos los casos cronológicamente, la idea que subyace en el mismo es que, si existe un conglomerado, el número máximo de casos hallados en dos períodos consecutivos de tiempo (ventanas) debe ser grande. Este método también se conoce como Scan (scan statistics) por su característica de escudriñar pequeñas ventanas consecutivas de tiempo.

El método de Grimson, que también puede ser empleado para el análisis espacial, se basa en la división del tiempo o área en estudio en un conjunto de "celdas", algunas de las cuales están "marcadas", entonces se procede a determinar si existe un número demasiado grande de celdas marcadas consecutivas en el caso del tiempo o adyacentes en el caso del espacio. Si ese número es muy grande, entonces se establece la presencia de un cluster.

Estos métodos de detección de aglomerados temporales no aleatorios son de mucha utilidad en los territorios pequeños, pues como se ha visto no necesitan de los registros anteriores; sin embargo, difícilmente pueden ser desarrollados sin el debido soporte tecnológico, pues aunque son relativamente fáciles de ejecutar en las computadoras, no es posible realizarlos sin ellas.

Con este último asunto finalizamos el abordaje de los diferentes aspectos propuestos para el tratamiento de las series temporales, pero no queremos concluir sin recordar que todos los métodos, a los cuales hemos hecho referencia, sirven para el análisis univariado, es decir consideran una sola variable dependiente del tiempo, sin embargo, la realidad es mucho más compleja y en la producción de cualquier fenómeno intervienen múltiples variables. Los métodos para el análisis multivariado, de series no se abordarán en este material.

Referencias Bibliográficas.

1. Anderson, T.W. The Statistical Analysis of Time Series. John Wiley and sons. New York, 1971.
2. Lui, Kung- Jong; Rudy, Richard. An application of a mathematical model to adjust for time lag in case reporting. Statistics in Medecine 1989; 8:259-262.
3. Law, Mathew; Kaldor, John. A note on the Grouping of Surveillance Data when Adjusting for Reporting Delays. Am J Epidemiol 1997; 146(7):592-595.
4. Aguirre, Armando. Introducción al Tratamiento de Series Temporales. Díaz de Santos. Madrid, 1994.
5. Tejeiro, Arnaldo. La Serie Cronológica. Rev. Cub. Adm. de Salud. (1975)1:51-77.
6. Box, George; Jenkins, Gwilym. Time Series Analysis, Forecasting and Control. Holden-Day. San Francisco, 1970.
7. Huang, David. Regression and Econometric Methods. John Wiley and sons. New York, 1970.
8. López, Cándido. Análisis de Series Cronológicas en el estudio de la Situación de Salud (técnicas estadísticas). PAHO/HDP/HDA/94-03.
9. Steel, Robert; Torrie, James. Principles and Procedures of Statistics. A biometrical Approach. Mc Graw- Hill Book Company. USA, 1980.
10. Dabis, François; Drucker, Jacques. Epidemiologie d' intervention. Arnette. Paris, 1992.
11. Choi, Keewan; Thacker, Stephen. An evaluation of influenza mortality surveillance 1962-1979. I Time Series Forecast. Am J Epidemiol 1981; 113:215-226.
12. 12.Guidelines for Investigating Clusters of Health Events. MMWR. Vol39/n RR-11.

13. Casas G y Grau R. Métodos para la Vigilancia de Eventos (III): Técnicas de Clustering para la Detección de Epidemias. Reporte Técnico de Vigilancia. 28 de julio, 1999; 4(7)
14. Grimson, R. C.; Rose, R.D. "*A versatile test for clustering and a Proximity Analysis of Neurons",* Meht. Inform. Med. 30, 299-303, 1991.
15. Nauss, J. I. *Approximations for distributions of Scan statistics.* Journal of the American Statistical Association, Vol. 77, No. 377, Theory and methods section, 1982.