Distribucions discretas

Distribución uniforme discreta

- surge en espacios de probabilidad equiprobables (en situaciones donde tenemos n resultados diferentes y todos ellos tienen la misma probabilidad de ocurrir).

$X \sim unif\{x1, x2, \ldots, xn\}$ si $P(X=x) = \begin{cases} 1/n & \text{si } X = x_1, x_2 \ldots x_n \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$

$f(x) = 1/n$ para $x = x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Parámetros: $x_1, \ldots x_n; n$.

Media: $\sum_{i=1}^{n} x_i/n$

Varianza: $\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2/n$

- Distribución Bernoulli

(2 posibles resultados: éxito y fracaso)

Un ensayo Bernoulli se define como aquel experimento aleatorio con únicamente 2 posibles resultados: éxito y fracaso con probabilidades respectivas de éxito $= p = 1$, fracaso $= 1-p = 0$

$X \sim Ber(p) \rightarrow$ esto se dice así: X tiene una distribución Bernoulli con parámetro $p \in (0,1)$.

$f(x) = p^x(1-p)^{1-x}$, para $x = 0, 1$.

Parámetro: $p \in (0,1)$.

Media: p.

Varianza: $p(1-p)$.

* - Distribución Binomial

Cuando se repite n veces los exp. Bernoulli de forma independiente

Repetición de n experimentos Bernoulli, indep. c/u con posibilidad de Éxito o fracaso

X variable: # de éxitos que ocurren en n repeticiones independientes.

$x = 0, 1, 2, \ldots, n$.

$X \sim B(n, p)$

$p \rightarrow$ prob. de éxito.

$q = 1-p$ (fracaso)

X tiene una distribución binomial con parámetros n y p (ó puede denotarse también como $X \sim Bin(n,p)$)

$f(x) = \binom{n}{x} p^x \underbrace{(1-p)}_{q}^{n-x}$, para $x = 0, 1, \ldots, n$.

Parámetros: $n \in \mathbb{N}, p \in (0,1)$

Media: np

Varianza: $np\underbrace{(1-p)}_{q}$

obtiene $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Distribución Geométrica

Sucesión infinita de ensayos independientes Bernoulli, en c/uno de los cuales la prob. de éxito es p (X es # fracasos antes de obtener el primer éxito).

$X \sim geo(p) \rightarrow$ X tiene una distribución geométrica con parámetro p.

$f(x) = p(1-p)^x$ para $x = 0, 1, 2, \ldots$

Parámetro: $p \in (0,1)$

Media: $(1-p)/p$

Varianza: $(1-p)/p^2$

X- Distribución Poisson

eventos q' se distribuyen al azar q' ocurren en un espacio o intervalo de tiempo dado

X: # de (casos) (eventos) que ocurren en un tiempo t. (# de ocurrencia de un cierto evento dentro de un intervalo de tiempo dado) o espacio dado.

Ej: # de enfermos q' llegan al C.G durante una epidemia

ó # de muertes x accidentes q' ocurren en cierta localidad durante todo un año.

$x = 0, 1, 2, \ldots, \infty$

- Se conoce la tasa media de ocurrencia del evento de interés (λ). El parámetro λ es positivo y se interpreta como el # promedio de ocurrencia del evento por unidad de tiempo.

$X \sim Poisson(\lambda) \rightarrow$ X tiene una distribución Poisson con parámetro $\lambda > 0$.

$f(x) = \dfrac{\lambda^x}{x!} \cdot e^{-\lambda}$ para $x = 0, 1, 2, \ldots, \infty$

Parámetro: $\lambda > 0$ $\qquad \sigma = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\lambda}$

Media: λ

Varianza: λ

Ej: Si en promedio se reciben 2 enfermos de IRA durante 1 hora en una guardia médica: Calcular la probabilidad de q' en 1 hora dada

a) no se reciba (o no acudan enfermos de IRA

a) R/ X es el # enfermos de IRA atendidos x hora y supongamos q' X tiene distribución

*- Distribución Poisson

λ: # de (casos) que ocurren en un tiempo t.
(# de ocurrencia de un cierto evento dentro de un intervalo de tiempo dado) o espacio dado.
Ej: # de enfermos q' llegan al C.G durante una

... ocurren en cierta

¿A cuál variable aleatoria es aplicable la distribución de Poisson? Ejemplifique.

R/ A variables aleatorias discretas q' registran el # de eventos q' ocurren en el tiempo, área o volumen.

Ej: # enfermos q' llegan al CG durante una epidemia

de muertos x accidentes q' ocurren en cierta localidad durante todo 1 año.

¿supongamos ...

...isson(λ), con $\lambda = 2$

~~$P(X=0) = e^{-2}$~~ / ~~$P(X=0) = 2^0/0!$~~ *

Si $f(x) = \frac{\lambda^x}{x!} \cdot e^{-\lambda}$ entonces $= \frac{2^0}{0!} \cdot e^{-2} = \boxed{0.135}$

b) Se reciben más de 2 enfermos de IRA:

R/ $P(X>2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - (P(X=0) + P(X=1) + P(X=2))$

$= 1 - e^{-2}\left(\frac{2^0}{0!} + \frac{2^1}{1!} + \frac{2^2}{2!}\right) = 0.323$

Aproximación a distribución Poisson:

Cdo $X \sim bin(n,p)$ y se hace tender n a infinito y p a cero de tal forma q' el producto np se mantenga constante igual a λ entonces la variable aleatoria X adquiere la distribución Poisson con parámetro λ.

Este resultado sugiere q' cdo n es grande, la distribución binomial puede ser aproximada mediante la distribución Poisson de parámetro $\lambda = n.p$.

• otro ejemplo: el # de partos q' se realizan en un hospital obstétrico tiene una distribución Poisson con una frecuencia de 3 partos c/ 10 minutos. entonces

(Si queremos observar las ocurrencias del evento en un intervalo de tiempo $[0,t]$ con $t>0$ → entonces esta vez el parámetro es: λt

a) La probabilidad de q' no llegue ningún parto en un período de 20 mins es $P(X=0)$, con $\lambda = 6$

b) La probab. de q' llegue sólo un parto en el minuto sgte es $P(X=1)$, con $\lambda = 3/10$

c) La prob. de q' lleguen 2 ó + partos en un período de 15 mins es $P(X \geq 2)$, con $\lambda = 4.5$

obtiene $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$